SHANNON, L'INVENZIONE DEL TRANSISTOR E L'ALBA DELL'ERA INFORMATICA

Andrea Mennucci[1] & Sanjoy K. Mitter[2]

[1]Scuola Normale Superiore, Pisa

[2]Massachusetts Institute of Technology, Cambridge

BergamoScienza, 2006

Comunicazione e Informazione

Viviamo negli anni della Comunicazione e dell' Informazione.

I "dati" memorizzati e trasmessi sono *digitali*, ma rappresentano anche contenuti tradizionalmente *analogici*:

musica/suoni, film/televisione, immagine/fotografia, etc.

Il bit è diventato la *moneta unica* della trasmissione dell'informazione.

I dati oggigiorno vengono trasmessi nei modi più diversi

- rete satellitare
- trasmissioni radio
- cavi

I dati sono accessibili comodamente in qualunque luogo:

casa, ufficio, viaggio.

Cosa rende possibile tutto ciò?

Comunicazione e Informazione

Viviamo negli anni della Comunicazione e dell' Informazione.
I "dati" memorizzati e trasmessi sono *digitali*, ma rappresentano anche contenuti tradizionalmente *analogici*:

musica/suoni, film/televisione, immagine/fotografia, etc.

Il bit è diventato la *moneta unica* della trasmissione dell'informazione.
I dati oggigiorno vengono trasmessi nei modi più diversi

- rete satellitare
- trasmissioni radio
- cavi

I dati sono accessibili comodamente in qualunque luogo:

casa, ufficio, viaggio.

Cosa rende possibile tutto ciò?

Comunicazione e Informazione

Viviamo negli anni della Comunicazione e dell' Informazione.
I "dati" memorizzati e trasmessi sono *digitali*, ma rappresentano anche contenuti tradizionalmente *analogici*:

musica/suoni, film/televisione, immagine/fotografia, etc.

Il bit è diventato la *moneta unica* della trasmissione dell'informazione.
I dati oggigiorno vengono trasmessi nei modi più diversi

- rete satellitare
- trasmissioni radio
- cavi

I dati sono accessibili comodamente in qualunque luogo:

casa, ufficio, viaggio.

Cosa rende possibile tutto ciò?

Comunicazione e Informazione

Viviamo negli anni della Comunicazione e dell' Informazione.
I "dati" memorizzati e trasmessi sono *digitali*, ma rappresentano anche contenuti tradizionalmente *analogici*:

musica/suoni, film/televisione, immagine/fotografia, etc.

Il bit è diventato la *moneta unica* della trasmissione dell'informazione.
I dati oggigiorno vengono trasmessi nei modi più diversi

- rete satellitare
- trasmissioni radio
- cavi

I dati sono accessibili comodamente in qualunque luogo:

casa, ufficio, viaggio.

Cosa rende possibile tutto ciò?

Comunicazione e Informazione

Viviamo negli anni della Comunicazione e dell' Informazione.
I "dati" memorizzati e trasmessi sono *digitali*, ma rappresentano anche contenuti tradizionalmente *analogici*:

musica/suoni, film/televisione, immagine/fotografia, etc.

Il bit è diventato la *moneta unica* della trasmissione dell'informazione.
I dati oggigiorno vengono trasmessi nei modi più diversi

- rete satellitare
- trasmissioni radio
- cavi

I dati sono accessibili comodamente in qualunque luogo:

casa, ufficio, viaggio.

Cosa rende possibile tutto ciò?

Nel 1948, nell'articolo

A Mathematical Theory of Communication [1]

Claude Shannon pone le basi per la moderna
Teoria dell' Informazione e **Teoria della Comunicazione**.

Nello stesso anno, sempre ai Bell Labs,
William Shockley inventa il **transistor**.

Appare una potente sinergia: questa sinergia inoltre esplode negli ultimi due decenni, con la crescente capacità di calcolo dei moderni microprocessori.

[1] The Bell System Technical Journal, Vol. 27, 1948.

Nel 1948, nell'articolo

A Mathematical Theory of Communication [1]

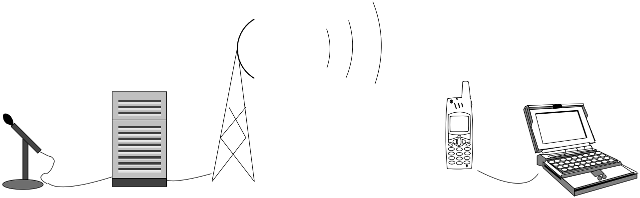
Claude Shannon pone le basi per la moderna
Teoria dell' Informazione e **Teoria della Comunicazione**.

Nello stesso anno, sempre ai Bell Labs,
William Shockley inventa il **transistor**.

Appare una potente sinergia: questa sinergia inoltre esplode negli ultimi due decenni, con la crescente capacità di calcolo dei moderni microprocessori.

[1] The Bell System Technical Journal, Vol. 27, 1948.

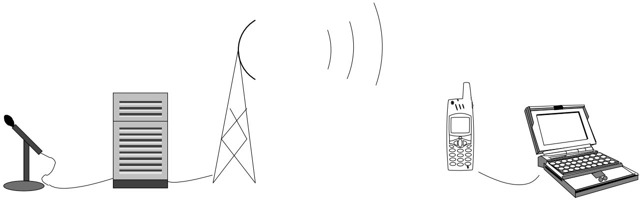
Oggi è possibile collegarsi e scaricare dati da Internet sul proprio PC utilizzando un telefono cellulare.



Questo schema ricade perfettamente nel paradigma descritto da Shannon nel 1948, che rappresenta a tuttora

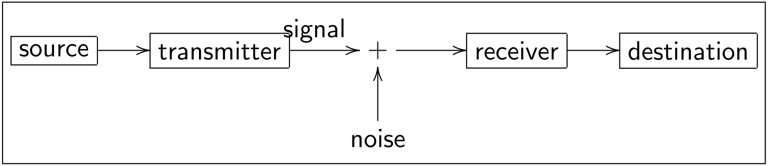
il modello universale per la comunicazione digitale.

Oggi è possibile collegarsi e scaricare dati da Internet sul proprio PC utilizzando un telefono cellulare.



Questo schema ricade perfettamente nel paradigma descritto da Shannon nel 1948, che rappresenta a tuttora

il modello universale per la comunicazione digitale.



Parleremo innanzitutto dei dati digitali.
Shannon ha intuito la necessità di separare

- la codifica dei dati digitali a scopo di rappresentazione e compressione *source coding*
- la codifica a scopo di trasmissione e protezione contro errori nella trasmissione. *channel coding*

In termini più moderni, lo schema si riscrive così

Vediamo separatamente i due aspetti.

Parleremo innanzitutto dei dati digitali.
Shannon ha intuito la necessità di separare

- la codifica dei dati digitali a scopo di rappresentazione e compressione *source coding*
- la codifica a scopo di trasmissione e protezione contro errori nella trasmissione. *channel coding*

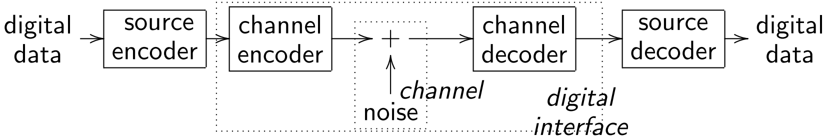
In termini più moderni, lo schema si riscrive così

Vediamo separatamente i due aspetti.

Parleremo innanzitutto dei dati digitali.
Shannon ha intuito la necessità di separare

- la codifica dei dati digitali a scopo di rappresentazione e compressione *source coding*
- la codifica a scopo di trasmissione e protezione contro errori nella trasmissione. *channel coding*

In termini più moderni, lo schema si riscrive così



Vediamo separatamente i due aspetti.

Informazione matematica

È importante non confondere il concetto di *"Informazione"* come trattato dalla matematica della Teoria dell' Informazione e della Comunicazione, con il comune concetto di informazione.

Il concetto di *"Informazione"* in Matematica non presuppone un *significato*; è più legato alla complessità del dato in oggetto, che al suo valore semantico in un contesto.

L'immagine a sinistra contiene più *informazione matematica* del dipinto a destra.

Informazione matematica

È importante non confondere il concetto di *"Informazione"* come trattato dalla matematica della Teoria dell' Informazione e della Comunicazione, con il comune concetto di informazione.
Il concetto di *"Informazione"* in Matematica non presuppone un *significato*; è più legato alla complessità del dato in oggetto, che al suo valore semantico in un contesto.
L'immagine a sinistra contiene più *informazione matematica* del dipinto a destra.

Informazione matematica

È importante non confondere il concetto di *"Informazione"* come trattato dalla matematica della Teoria dell' Informazione e della Comunicazione, con il comune concetto di informazione.
Il concetto di *"Informazione"* in Matematica non presuppone un *significato*; è più legato alla complessità del dato in oggetto, che al suo valore semantico in un contesto.
L'immagine a sinistra contiene più *informazione matematica* del dipinto a destra.

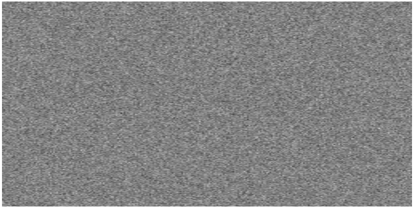


Immagine casuale, o "random"

Canaletto, Campo di Rialto

Informazione e bits

I **bit** $0{,}1$ ci permettono di contare le cose (nella numerazione binaria).

Con sequenze di 5 simboli si possono contare $2^5 = 32$ oggetti, e rappresentarli come

$$00000,\ 00001,\ 00010,\ \ldots 11110,\ 11111$$

Se dobbiamo contare un milione di oggetti, avremo bisogno di 20 bit, perché $2^{20} = 1.048.576$.

Entra in gioco il *"logaritmo in base 2"* $\log_2()$, in quanto

$$\log_2(2^x) = x$$

per esempio, $\log_2(1.000.000) = 19,93$, che si approssima (per eccesso) a 20.

Informazione e bits

I **bit** $0{,}1$ ci permettono di contare le cose (nella numerazione binaria).

Con sequenze di 5 simboli si possono contare $2^5 = 32$ oggetti, e rappresentarli come

$$00000,\ 00001,\ 00010,\ \ldots 11110,\ 11111$$

Se dobbiamo contare un milione di oggetti, avremo bisogno di 20 bit, perché $2^{20} = 1.048.576$.

Entra in gioco il *"logaritmo in base 2"* $\log_2()$, in quanto

$$\log_2(2^x) = x$$

per esempio, $\log_2(1.000.000) = 19,93$, che si approssima (per eccesso) a 20.

Informazione e bits

I **bit** $0{,}1$ ci permettono di contare le cose (nella numerazione binaria).

Con sequenze di 5 simboli si possono contare $2^5 = 32$ oggetti, e rappresentarli come

$$00000,\ 00001,\ 00010,\ \ldots 11110,\ 11111$$

Se dobbiamo contare un milione di oggetti, avremo bisogno di 20 bit, perché $2^{20} = 1.048.576$.

Entra in gioco il *"logaritmo in base 2"* $\log_2()$, in quanto

$$\log_2(2^x) = x$$

per esempio, $\log_2(1.000.000) = 19,93$, che si approssima (per eccesso) a 20.

Entropia e informazione

È importante considerare un “messaggio” solo come a una scelta fra possibili alternative.

Pensiamo a messaggi scritti usando solo i caratteri a,b,c,d. Esempio:

babaccbabaaddacbaababbacddbaaadaadabaabc
aaaaacbbcababacaacdaaaabaaaabccaaaabaaaa

Vi sono 4^{80} possibili messaggi lunghi 80 caratteri; dunque servono

$$\log_2(4^{80}) = \log_2(2^{160}) = 160\text{bits}$$

Un'altra maniera per vedere questa cosa è sostituire a=00,b=01,c=10,d=11: servono 2 bit per ogni carattere. O no?

Entropia e informazione

È importante considerare un "messaggio" solo come a una scelta fra possibili alternative.

Pensiamo a messaggi scritti usando solo i caratteri `a,b,c,d`. Esempio:

```
babaccbabaaddacbaababbacddbaaadaadabaabc
aaaaacbbcababacaacdaaaabaaaabccaaaabaaaa
```

Vi sono 4^{80} possibili messaggi lunghi 80 caratteri; dunque servono

$$\log_2(4^{80}) = \log_2(2^{160}) = 160\text{bits}$$

Un'altra maniera per vedere questa cosa è sostituire `a=00,b=01,c=10,d=11`: servono 2 bit per ogni carattere. O no?

Entropia e informazione

È importante considerare un "messaggio" solo come a una scelta fra possibili alternative.

Pensiamo a messaggi scritti usando solo i caratteri `a,b,c,d`. Esempio:

```
babaccbabaaddacbaababbacddbaaadaadabaabc
aaaaacbbcababacaacdaaaabaaaabccaaaabaaaa
```

Vi sono 4^{80} possibili messaggi lunghi 80 caratteri; dunque servono

$$\log_2(4^{80}) = \log_2(2^{160}) = 160\text{bits}$$

Un'altra maniera per vedere questa cosa è sostituire `a=00,b=01,c=10,d=11`: servono 2 bit per ogni carattere. O no?

Già Hartley, prima di Shannon, aveva intuito che la quantità di informazione doveva essere legata al logaritmo del numero delle possibili alternative.

La idea rivoluzionaria di Shannon è che la probabilità gioca un ruolo fondamentale.

Inoltre, l'insieme di lettere usate per scrivere il messaggio non conta: potremmo sempre infatti rinominarle, ad esempio a=α , b=β , c=γ , d=δ
Ciò che è importante è la probabilità che ogni lettera ha di apparire nella stringa.

Già Hartley, prima di Shannon, aveva intuito che la quantità di informazione doveva essere legata al logaritmo del numero delle possibili alternative.

La idea rivoluzionaria di Shannon è che la probabilità gioca un ruolo fondamentale.

Inoltre, l'insieme di lettere usate per scrivere il messaggio non conta: potremmo sempre infatti rinominarle, ad esempio a=α , b=β , c=γ , d=δ
Ciò che è importante è la probabilità che ogni lettera ha di apparire nella stringa.

Già Hartley, prima di Shannon, aveva intuito che la quantità di informazione doveva essere legata al logaritmo del numero delle possibili alternative.

La idea rivoluzionaria di Shannon è che la probabilità gioca un ruolo fondamentale.

Inoltre, l'insieme di lettere usate per scrivere il messaggio non conta: potremmo sempre infatti rinominarle, ad esempio a=α , b=β , c=γ , d=δ
Ciò che è importante è la probabilità che ogni lettera ha di apparire nella stringa.

Compressione

Consideriamo la stringa di 80 caratteri

`babaccbabaaddacbaababbacddbaaadaadabaabc`
`aaaaacbbcababacaacdaaaabaaaabccaaaabaaaa`

notiamo che vi sono molte a, seguite da poche b, e meno c, d.

Riscriviamo la stringa usando un **codice decodificabile**

x=	a	b	c	d
c(x)	1	01	001	000

Il risultato è

`0110110010010110111000000100101110110101100100000001111000110001011`
`1010011111100101010011011011001110010001110111110100100111111011111`

che consta di soli 134 bit, cioè circa 1,6 bit per ogni carattere. Otteniamo dunque una **compressione** dei dati.

(Il "trucco" consiste nel usare una rappresentazione corta per le lettere più probabili, e lunga per le meno probabili.)

Compressione

Consideriamo la stringa di 80 caratteri

```
babaccbabaaddacbaababbacddbaaadaadabaabc
aaaaacbbcababacaacdaaaabaaaabccaaaabaaaa
```

notiamo che vi sono molte *a*, seguite da poche *b*, e meno *c*, *d*.
Riscriviamo la stringa usando un **codice decodificabile**

x=	a	b	c	d
c(x)	1	01	001	000

Il risultato è

```
0110110010010110111000000100101110110101100100000001111000110001011
1010011111100101010011011011001110010001111011111010010011111011111
```

che consta di soli 134 bit, cioè circa 1,6 bit per ogni carattere. Otteniamo dunque una **compressione** dei dati.

(Il "trucco" consiste nel usare una rappresentazione corta per le lettere più probabili, e lunga per le meno probabili.)

Compressione

Consideriamo la stringa di 80 caratteri

```
babaccbabaaddacbaababbacddbaaadaadabaabc
aaaaacbbcababacaacdaaaabaaaabccaaaabaaaa
```

notiamo che vi sono molte a, seguite da poche b, e meno c, d.
Riscriviamo la stringa usando un **codice decodificabile**

x=	a	b	c	d
c(x)	1	01	001	000

Il risultato è

```
01101100100101101110000001001011101101011001000000011110001100010111
10100111111001010100110110110011100100011110111110100100111111011111
```

che consta di soli 134 bit, cioè circa 1,6 bit per ogni carattere. Otteniamo dunque una **compressione** dei dati.
(Il "trucco" consiste nel usare una rappresentazione corta per le lettere più probabili, e lunga per le meno probabili.)

Entropia e codifica

Shannon introduce la **entropia**, data dalla formula

$$\text{entropia} = \text{valore atteso} \left(\log_2 \left(\text{probabilità} \left(\text{simbolo} \right)\right)\right)$$

Shannon dimostra che

Theorem

l'entropia equivale al numero minimo di bit che si devono usare, in media, per ogni simbolo di una stringa da codificare .

L'entropia è il limite minimo teorico per gli algoritmi di compressione. Esistono molti algoritmi che permettono di comprimere i dati efficacemente, e che ottengono risultati pratici che sono vicini al limite dell'entropia.

Entropia e codifica

Shannon introduce la **entropia**, data dalla formula

$$\text{entropia} = \text{valore atteso} \; (\; \log_2 \; (\; \text{probabilità} \; (\; \text{simbolo} \;)))$$

Shannon dimostra che

Theorem

l'entropia equivale al numero minimo di bit che si devono usare, in media, per ogni simbolo di una stringa da codificare .

L'entropia è il limite minimo teorico per gli algoritmi di compressione. Esistono molti algoritmi che permettono di comprimere i dati efficacemente, e che ottengono risultati pratici che sono vicini al limite dell'entropia.

Entropia e codifica

Shannon introduce la **entropia**, data dalla formula

$$\text{entropia} = \text{valore atteso} \ (\ \log_2 \ (\ \text{probabilità} \ (\ \text{simbolo} \ )))$$

Shannon dimostra che

Theorem

l'entropia equivale al numero minimo di bit che si devono usare, in media, per ogni simbolo di una stringa da codificare .

L'entropia è il limite minimo teorico per gli algoritmi di compressione.
Esistono molti algoritmi che permettono di comprimere i dati efficacemente, e che ottengono risultati pratici che sono vicini al limite dell'entropia.

Comunicazione in presenza di rumore

Nella trasmissione attraverso un canale, il rumore può modificare il messaggio. Come rimediare?

Un modello semplificato di canale:

p è la probabilità che un errore alteri il bit trasmesso.
Supponiamo che, in media, il rumore modifichi un bit ogni 4, cioè

$$p = 25\%$$

Comunicazione in presenza di rumore

Un modello semplificato di canale:

$$
\text{input X} \quad
\begin{tikzcd}
0 \arrow[r, "1-p"] \arrow[dr, "p"] & 0 \\
1 \arrow[r, "1-p"'] \arrow[ur] & 1
\end{tikzcd}
\quad \text{output Y}
$$

p è la probabilità che un errore alteri il bit trasmesso.
Supponiamo che, in media, il rumore modifichi un bit ogni 4, cioè

$$p = 25\%$$

Consideriamo il messaggio 01101001
la trasmissione lo corrompe, trasformandolo in 00101101

Ripetiamo la trasmissione, introducendo *ridondanza*, cioè ripetendo ogni lettera $R = 3$ volte:
otteniamo 000 111 111 000 111 000 000 111
che arriva come 001 111 011 010 111 100 000 010
Molti errori si possono riconoscere e correggere.. ma non tutti; rimane la probabilità ε piccola di non poter correggere un errore.

Per ridurre ε, potremmo aumentare R; però noi stiamo utilizzando solo 1 bit ogni R bit trasmessi, cioè un tasso di $1/R$.
Aumentando indiscriminatamente R, sprechiamo il canale; questo è inevitabile?.... oppure?

Consideriamo il messaggio 01101001
la trasmissione lo corrompe, trasformandolo in 00101101

Ripetiamo la trasmissione, introducendo *ridondanza*, cioè ripetendo ogni lettera $R = 3$ volte:
otteniamo 000 111 111 000 111 000 000 111
che arriva come 001 111 011 010 111 100 000 010
Molti errori si possono riconoscere e correggere.. ma non tutti; rimane la probabilità ε piccola di non poter correggere un errore.

Per ridurre ε, potremmo aumentare R; però noi stiamo utilizzando solo 1 bit ogni R bit trasmessi, cioè un tasso di $1/R$.
Aumentando indiscriminatamente R, sprechiamo il canale; questo è inevitabile?.... oppure?

Consideriamo il messaggio 01101001

la trasmissione lo corrompe, trasformandolo in 00101101

Ripetiamo la trasmissione, introducendo *ridondanza*, cioè ripetendo ogni lettera $R = 3$ volte:

otteniamo 000 111 111 000 111 000 000 111

che arriva come 001 111 011 010 111 100 000 010

Molti errori si possono riconoscere e correggere.. ma non tutti; rimane la probabilità ε piccola di non poter correggere un errore.

Per ridurre ε, potremmo aumentare R; però noi stiamo utilizzando solo 1 bit ogni R bit trasmessi, cioè un tasso di $1/R$.

Aumentando indiscriminatamente R, sprechiamo il canale; questo è inevitabile?.... oppure?

Shannon studia il canale $X \to Y$ usando la probabilità.

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r] & \oplus \arrow[r] & Y \\ & \text{noise} \arrow[u] & \end{tikzcd}$$

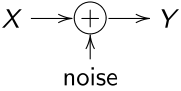
Supponiamo di inserire dati nel canale; questo inietta una informazione/entropia $H[X]$.

Possiamo definire anche una $H[X|Y]$, che misura il grado di incertezza ("il caos") nell'ipotizzare X quando il ricevitore riceve Y.

Shannon definisce la **capacità del canale** come

$$C = H[X] - H[X|Y]$$

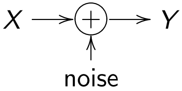
Shannon studia il canale $X \to Y$ usando la probabilità.



Supponiamo di inserire dati nel canale; questo inietta una informazione/entropia $H[X]$.
Possiamo definire anche una $H[X|Y]$, che misura il grado di incertezza ("il caos") nell'ipotizzare X quando il ricevitore riceve Y.
Shannon definisce la **capacità del canale** come

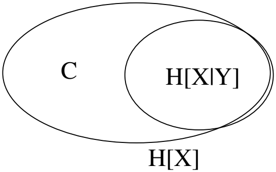
$$C = H[X] - H[X|Y]$$

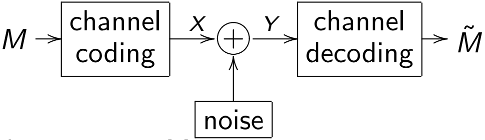
Shannon studia il canale $X \to Y$ usando la probabilità.



Supponiamo di inserire dati nel canale; questo inietta una informazione/entropia $H[X]$.
Possiamo definire anche una $H[X|Y]$, che misura il grado di incertezza ("il caos") nell'ipotizzare X quando il ricevitore riceve Y.
Shannon definisce la **capacità del canale** come

$$C = H[X] - H[X|Y]$$





Sia E la entropia dei messaggi M.
Sia C la capacità del canale.

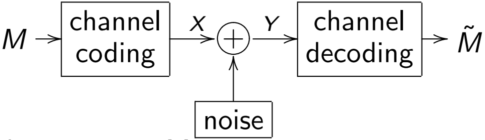
Theorem (Shannon 1948)

Se $E < C$,

- *esiste un modo di trasmettere i dati,*
- *senza aumentare all'infinito la ridondanza, e*
- *avendo alta probabilità che il messaggio $\tilde{M}$ che il ricevitore restituisce sia uguale a M.*

Se $E > C$, non esiste alcun modo.

Il teorema non spiega come costruire questi codici; questo è stato un campo di ricerca attivo da allora in poi.

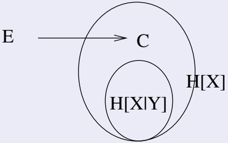


Sia E la entropia dei messaggi M.
Sia C la capacità del canale.

Theorem (Shannon 1948)

Se $E < C$,

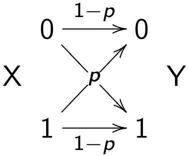
- *esiste un modo di trasmettere i dati,*
- *senza aumentare all'infinito la ridondanza, e*
- *avendo alta probabilità che il messaggio $\tilde{M}$ che il ricevitore restituisce sia uguale a M.*



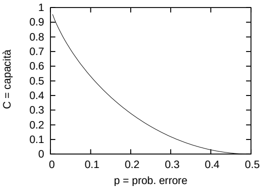
Se $E > C$, non esiste alcun modo.

Il teorema non spiega come costruire questi codici; questo è stato un campo di ricerca attivo da allora in poi.

Torniamo al modello semplificato:

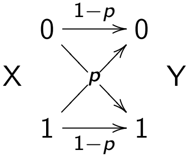


Allora $C = 1 - p \log_2 p - (1-p) \log_2 (1-p)$

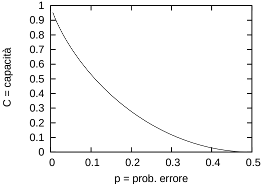


Nel caso $p = 25\%$, si ha $C = 0,18$. Il teorema dichiara che:
Per ogni simbolo trasmesso, il canale trasmette in media $0,18$*bit di informazione.*
Se "rallentiamo" i messaggi M *con una ridondanza* $R > 1/C = 5,31$*, allora esisterà un channel coder che li potrà trasmettere.*
Ma, per ridurre l'errore, il trasmettitore dovrà accorpare i bit in parole molto lunghe, e lavorare sulle parole complete, con aumento della complessità computazionale.

Torniamo al modello semplificato:



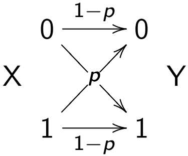
Allora $C = 1 - p\log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)$



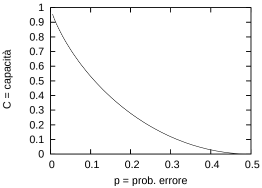
Nel caso $p = 25\%$, si ha $C = 0,18$. Il teorema dichiara che:
Per ogni simbolo trasmesso, il canale trasmette in media $0,18$*bit di informazione.*
Se "rallentiamo" i messaggi M *con una ridondanza* $R > 1/C = 5,31$, *allora esisterà un channel coder che li potrà trasmettere.*

Ma, per ridurre l'errore, il trasmettitore dovrà accorpare i bit in parole molto lunghe, e lavorare sulle parole complete, con aumento della complessità computazionale.

Torniamo al modello semplificato:

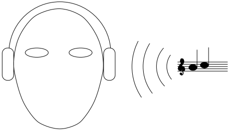


Allora $C = 1 - p \log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)$



Nel caso $p = 25\%$, si ha $C = 0,18$. Il teorema dichiara che:
Per ogni simbolo trasmesso, il canale trasmette in media $0,18$*bit di informazione.*
Se "rallentiamo" i messaggi M con una ridondanza $R > 1/C = 5,31$*, allora esisterà un channel coder che li potrà trasmettere.*
Ma, per ridurre l'errore, il trasmettitore dovrà accorpare i bit in parole molto lunghe, e lavorare sulle parole complete, con aumento della complessità computazionale.

Segnali analogici: il suono

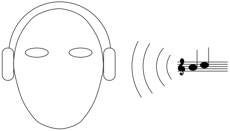


L'aria che ci circonda è un fluido comprimibile, approssimativamente sottoposto alla pressione di 1 atmosfera$\sim$ 101kPa; una perturbazione di questa pressione si propaga nello spazio (con legge matematica simile a quella che regola la propagazione delle onde del mare, e delle onde elettromagnetiche).

Il nostro orecchio percepisce queste variazioni di pressione e le trasforma in impulsi nervosi.

Il suono è un segnale analogico. Il suono può variare in maniera continua; non è "un messaggio, una scelta fra finite possibili alternative". Vorremmo trasformare il segnale *analogico* in un segnale *digitale*.

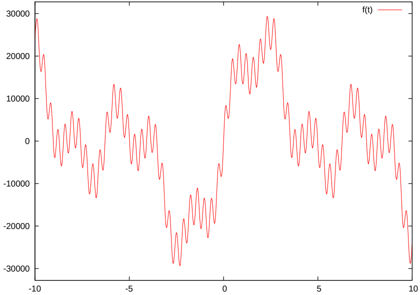
Segnali analogici: il suono



L'aria che ci circonda è un fluido comprimibile, approssimativamente sottoposto alla pressione di 1 atmosfera$\sim$ 101kPa; una perturbazione di questa pressione si propaga nello spazio (con legge matematica simile a quella che regola la propagazione delle onde del mare, e delle onde elettromagnetiche).
Il nostro orecchio percepisce queste variazioni di pressione e le trasforma in impulsi nervosi.

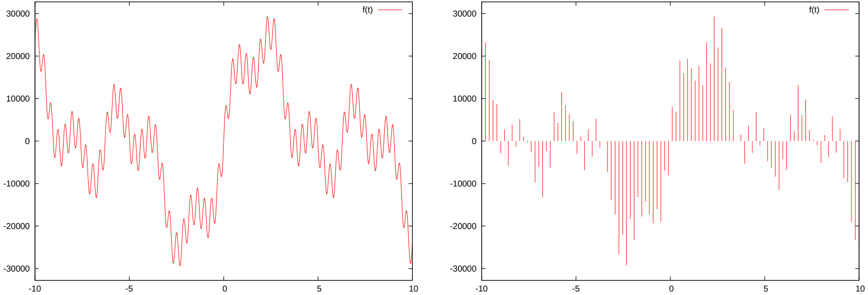
Il suono è un segnale analogico. Il suono può variare in maniera continua; non è "un messaggio, una scelta fra finite possibili alternative". Vorremmo trasformare il segnale *analogico* in un segnale *digitale*.

La variazione di pressione rispetto alla pressione media diventa dunque una funzione $f(t)$ del tempo; questa viene registrata come un segnale elettrico.



Il segnale originale è *tempo-continuo*: associa ad ogni possibile tempo t un valore $f(t)$; per registrare questo segnale in un computer (o in un CD), ci servirebbero infiniti numeri reali, e questo non è possibile.

La variazione di pressione rispetto alla pressione media diventa dunque una funzione $f(t)$ del tempo; questa viene registrata come un segnale elettrico.



Il segnale originale è *tempo-continuo*: associa ad ogni possibile tempo t un valore $f(t)$; per registrare questo segnale in un computer (o in un CD), ci servirebbero infiniti numeri reali, e questo non è possibile.
Ricorriamo al **campionamento**: registriamo un certo numero n di valori di corrente in ogni secondo. Il campionamento comporta una perdita di qualità del segnale.

Il campionamento è il primo passo nel trasformare il segnale *analogico* in un segnale *digitale*.

Il campionamento è regolato dal

Theorem (Shannon - Nyquist)

Un segnale che non contiene frequenze superiori a ω può essere perfettamente rappresentato quando se ne registrino 2ω campioni equispaziati ogni secondo.

Nel caso dei CD Audio, si registrano 44.100 valori per ogni secondo, per ognuno dei due canali audio stereo; per il precedente teorema, un CD non può dunque rappresentare frequenze superiori a 22.050Hz ; queste frequenze vengono cancellate dai segnali; queste frequenze sono però ai limiti di quelle che l'orecchio può sentire.

Il campionamento è il primo passo nel trasformare il segnale *analogico* in un segnale *digitale*.
Il campionamento è regolato dal

Theorem (Shannon - Nyquist)

Un segnale che non contiene frequenze superiori a ω può essere perfettamente rappresentato quando se ne registrino 2ω campioni equispaziati ogni secondo.

Nel caso dei CD Audio, si registrano 44.100 valori per ogni secondo, per ognuno dei due canali audio stereo; per il precedente teorema, un CD non può dunque rappresentare frequenze superiori a 22.050Hz ; queste frequenze vengono cancellate dai segnali; queste frequenze sono però ai limiti di quelle che l'orecchio può sentire.

Quantizzazione

I bit ci permettono di rappresentare quantità *discrete*; i valori ottenuti nella quantizzazione sono invece *continui*.
Per rappresentare un campione di un suono vengono usati 16 bit; il campione sonoro assume convenzionalmente valori interi fra

$$-(2^{15}-1) = -32767 \text{ e } 2^{15} = 32768.$$

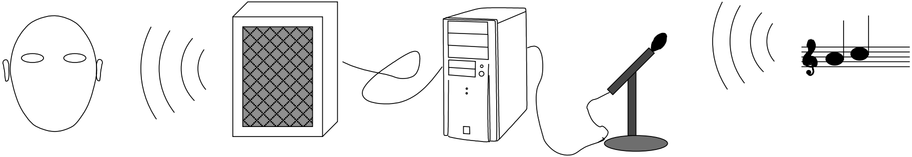
L'audio è *quantizzato usando 16 bit*.
Con questo secondo passo abbiamo completato la conversione del segnale *analogico* in un segnale *digitale*.
(Possiamo così applicare la teoria vista prima.)

Quantizzazione

I bit ci permettono di rappresentare quantità *discrete*; i valori ottenuti nella quantizzazione sono invece *continui*.
Per rappresentare un campione di un suono vengono usati 16 bit; il campione sonoro assume convenzionalmente valori interi fra

$$-(2^{15}-1) = -32767 \text{ e } 2^{15} = 32768.$$

L'audio è *quantizzato usando 16 bit*.
Con questo secondo passo abbiamo completato la conversione del segnale *analogico* in un segnale *digitale*.
(Possiamo così applicare la teoria vista prima.)



Compressione con perdità di qualità

Abbiamo visto che, per applicare il Teorema di Campionamento, dobbiamo rinunciare a parte dell'informazione; inoltre, anche la quantizzazione porterà a un ulteriore perdità di qualità.

Per questo motivo, nei CD audio vengono usati 16bit per canale per ogni campione.

In certi casi può essere utile perdere ulteriori bit; questa perdita non sarà necessariamente un effetto indesiderato, (a patto che non sia percepibile), se nel bilancio porta a una sostanziale riduzione del numero dei bit.

Compressione con perdità di qualità

Abbiamo visto che, per applicare il Teorema di Campionamento, dobbiamo rinunciare a parte dell'informazione; inoltre, anche la quantizzazione porterà a un ulteriore perdità di qualità.

Per questo motivo, nei CD audio vengono usati 16bit per canale per ogni campione.

In certi casi può essere utile perdere ulteriori bit; questa perdita non sarà necessariamente un effetto indesiderato, (a patto che non sia percepibile), se nel bilancio porta a una sostanziale riduzione del numero dei bit.

Compressione con perdità di qualità

Abbiamo visto che, per applicare il Teorema di Campionamento, dobbiamo rinunciare a parte dell'informazione; inoltre, anche la quantizzazione porterà a un ulteriore perdità di qualità.

Per questo motivo, nei CD audio vengono usati 16bit per canale per ogni campione.

In certi casi può essere utile perdere ulteriori bit; questa perdita non sarà necessariamente un effetto indesiderato, (a patto che non sia percepibile), se nel bilancio porta a una sostanziale riduzione del numero dei bit.

Per risparmiare spazio, possiamo decidere di usare meno bit per rappresentare i numeri; ecco un esempio, partendo da valori espressi con 8bit

$8\textit{bit}$	$6\textit{bit}$	$4\textit{bit}$	$2\textit{bit}$
$45 = 00101101_2$	$45 = 001011\underline{01}_2$	$39 = 0010\underline{0111}_2$	$31 = 00\underline{011111}_2$
$152 = 10011000_2$	$153 = 100110\underline{01}_2$	$151 = 1001\underline{0111}_2$	$159 = 10\underline{011111}_2$
$233 = 11101001_2$	$233 = 111010\underline{01}_2$	$231 = 1110\underline{0111}_2$	$223 = 11\underline{011111}_2$

abbiamo sostituito i bit non disponibili con un arrotondamento.

Meno bit usiamo, più i numeri (il suono) vengono alterati.

Per risparmiare spazio, possiamo decidere di usare meno bit per rappresentare i numeri; ecco un esempio, partendo da valori espressi con 8bit

$8bit$	$6bit$	$4bit$	$2bit$
$45 = 00101101_2$	$45 = 001011\underline{01}_2$	$39 = 0010\underline{0111}_2$	$31 = 00\underline{011111}_2$
$152 = 10011000_2$	$153 = 100110\underline{01}_2$	$151 = 1001\underline{0111}_2$	$159 = 10\underline{011111}_2$
$233 = 11101001_2$	$233 = 111010\underline{01}_2$	$231 = 1110\underline{0111}_2$	$223 = 11\underline{011111}_2$

abbiamo sostituito i bit non disponibili con un arrotondamento.
Meno bit usiamo, più i numeri (il suono) vengono alterati.

Somma e differenza

Presi due numeri reali L e R, calcoliamo la loro media M e la loro semidifferenza S

$$M = \frac{L+R}{2} \quad , \quad S = \frac{R-L}{2}$$

Conoscendo M e S, possiamo facilmente ricavare L e R come

$$L = M - S \quad , \quad R = M + S$$

Applichiamo questa semplice trasformazione al canale sinistro L e destro R di un audio: in questo caso prende il nome di **metodo MID-SIDE** (dall'inglese).

In molti casi, la maggior parte dell'*informazione audio* si trova nel canale MID; possiamo dunque comprimere i dati eliminando bit dal canale SIDE. (Questo viene fatto nel formato audio MP3).

Somma e differenza

Presi due numeri reali L e R, calcoliamo la loro media M e la loro semidifferenza S

$$M = \frac{L+R}{2} \quad , \quad S = \frac{R-L}{2}$$

Conoscendo M e S, possiamo facilmente ricavare L e R come

$$L = M - S \quad , \quad R = M + S$$

Applichiamo questa semplice trasformazione al canale sinistro L e destro R di un audio: in questo caso prende il nome di **metodo MID-SIDE** (dall'inglese).

In molti casi, la maggior parte dell'*informazione audio* si trova nel canale MID; possiamo dunque comprimere i dati eliminando bit dal canale SIDE. (Questo viene fatto nel formato audio MP3).

Somma e differenza

Presi due numeri reali L e R, calcoliamo la loro media M e la loro semidifferenza S

$$M = \frac{L+R}{2} \quad , \quad S = \frac{R-L}{2}$$

Conoscendo M e S, possiamo facilmente ricavare L e R come

$$L = M - S \quad , \quad R = M + S$$

Applichiamo questa semplice trasformazione al canale sinistro L e destro R di un audio: in questo caso prende il nome di **metodo MID-SIDE** (dall'inglese).
In molti casi, la maggior parte dell'*informazione audio* si trova nel canale MID; possiamo dunque comprimere i dati eliminando bit dal canale SIDE. (Questo viene fatto nel formato audio MP3).

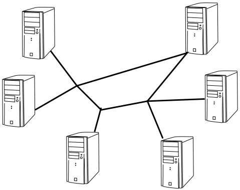
Una Rivoluzione Dell' Ingegneria

La teoria di Shannon del 1948 è stata una rivoluzione nella Scienza dell' Ingegneria.
La Teoria dell' Informazione, nata con quel lavoro, codifica in maniera puramente matematica (Probabilità) i limiti dei Sistemi di Comunicazione.
Shannon modellizza in maniera matematica concetti nuovi e rivoluzionari, quali *l'entropia* e *la capacità* nella sua neonata teoria.

Sviluppi futuri

Il paradigma della comunicazione proposto da Shannon fallisce in alcune situazioni oggi comuni, (Internet, comunicazioni wireless), laddove la topologia delle reti non sia lineare, e sia richiesta la trasmissione contemporanea di messaggi fra diversi punti della rete.

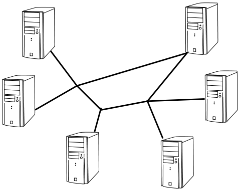
La Teoria dell' Informazione necessità di ulteriori sviluppi (forse in collegamento con la Teoria della Percolazione e la Meccanica Statistica) per comprendere a fondo questi problemi.



La definizione matematica dell'informazione si discosta troppo dal concetto comune. È possibile una nuova definizione?

Sviluppi futuri

Il paradigma della comunicazione proposto da Shannon fallisce in alcune situazioni oggi comuni, (Internet, comunicazioni wireless), laddove la topologia delle reti non sia lineare, e sia richiesta la trasmissione contemporanea di messaggi fra diversi punti della rete.



La Teoria dell' Informazione necessità di ulteriori sviluppi (forse in collegamento con la Teoria della Percolazione e la Meccanica Statistica) per comprendere a fondo questi problemi.

La definizione matematica dell'informazione si discosta troppo dal concetto comune. È possibile una nuova definizione?

grazie.